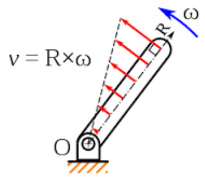


CINEMATIQUE DU POINT

Vitesse et accélération

Chapitre 10

3

1 – DEPLACEMENT ELEMENTAIRE D'UN POINT DANS UN REFERENTIEL

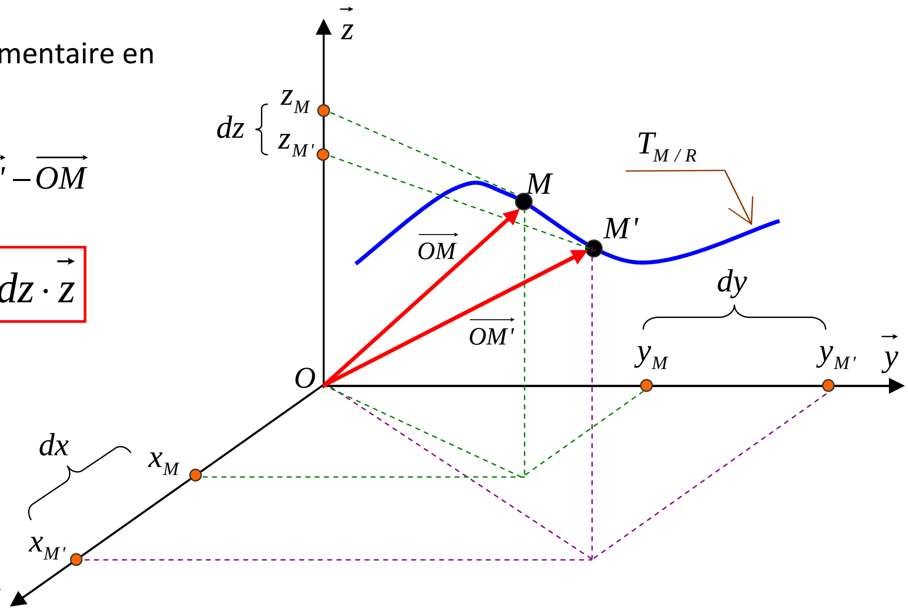
Définition : soit M et M' deux positions occupées successivement par un point M dans un référentiel donné $\Re$. On définit le vecteur **déplacement élémentaire** $d\overrightarrow{OM}$ ou $\overrightarrow{dl}$ par $d\overrightarrow{OM} = \lim\limits_{M'\to M} \overrightarrow{MM'}$.

A comprendre : le point M' est infiniment proche du point M. La variation du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ se note « $d\overrightarrow{OM}$ » et les variations dx, dy et dz sont infiniment petites.

Expression du déplacement élémentaire en coordonnées cartésiennes :

$$d\overrightarrow{OM} = \lim_{M'\to M} \overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{OM'} - \overrightarrow{OM}$$

$$\boxed{d\overrightarrow{OM} = dx\cdot\vec{x} + dy\cdot\vec{y} + dz\cdot\vec{z}}$$



Unité : mètre (m)

2 – VITESSE INSTANTANEE D'UN POINT DANS UN REFERENTIEL

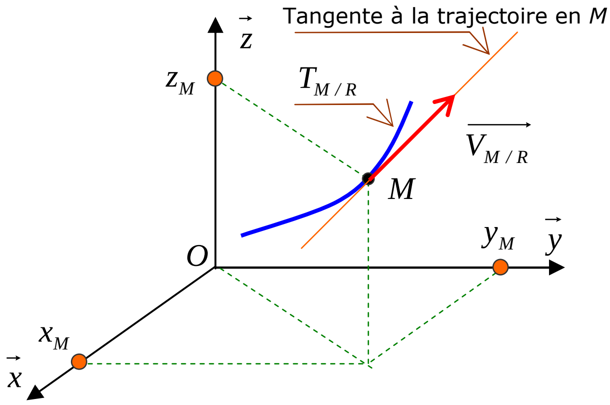
Définition : soit M et M' deux positions occupées successivement par un point M dans un référentiel donné $\Re$, respectivement à l'instant t et $t' > t$.

On note $\overrightarrow{V_{M/R}}$ le vecteur-vitesse instantanée définit par :

$$\overrightarrow{V_{M/R}} = \lim_{t'\to t}\left(\frac{\overrightarrow{MM'}}{t'-t}\right)$$

soit encore :

$$\boxed{\overrightarrow{V_{M/R}} = \left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right)_{\Re}}$$



En coordonnées cartésiennes, on a :

$$\overrightarrow{V_{M/R}} = \left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right)_{\Re} = \left(\frac{d}{dt}\left(x_M\cdot\vec{x}+y_M\cdot\vec{y}+z_M\cdot\vec{z}\right)\right)_{\Re} = \frac{d}{dt_{/\Re}}\left(x_M\cdot\vec{x}\right)+\frac{d}{dt_{/\Re}}\left(y_M\cdot\vec{y}\right)+\frac{d}{dt_{/\Re}}\left(z_M\cdot\vec{z}\right)=\frac{dx_M}{dt_{/\Re}}\cdot\vec{x}+\frac{dy_M}{dt_{/\Re}}\cdot\vec{y}+\frac{dz_M}{dt_{/\Re}}\cdot\vec{z}$$

$$\boxed{\overrightarrow{V_{M/R}} = v_{x\,M/R}\cdot\vec{x}+v_{y\,M/R}\cdot\vec{y}+v_{z\,M/R}\cdot\vec{z}}$$

Unité : mètre par seconde $\left(m\cdot s^{-1}\right)$; on utilise aussi le kilomètre par heure $\left(km\cdot h^{-1}\right)$.

Propriété : le vecteur-vitesse est toujours tangent à la trajectoire.

→ Cette propriété est surtout utilisée en cinématique graphique !

3 – ACCELERATION INSTANTANEE D'UN POINT DANS UN REFERENTIEL

De la même façon que la vitesse exprime la variation de position, l'accélération est une grandeur qui exprime la variation de vitesse.

Définition : soit M et M' deux positions occupées successivement par un point M dans un référentiel donné $\Re$, respectivement à l'instant t et $t'>t$.

On note $\overrightarrow{a_{M/R}}$ le vecteur-accélération instantanée définit par :

$$\overrightarrow{a_{M/R}} = \lim_{t'\to t}\left(\frac{\overrightarrow{V_{M/R}}(t')-\overrightarrow{V_{M/R}}(t)}{t'-t}\right)$$ soit encore :

$$\boxed{\overrightarrow{a_{M/R}} = \left(\frac{d\overrightarrow{V_{M/R}}}{dt}\right)_{\Re} = \left(\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}\right)_{\Re}}$$

En coordonnées cartésiennes, on a :

$$\overrightarrow{a_{M/R}} = \left(\frac{d\overrightarrow{V_{M/R}}}{dt}\right)_{\Re} = \left(\frac{d}{dt}\left(v_{x\,M/R}\cdot\vec{x}+v_{y\,M/R}\cdot\vec{y}+V_{z\,M/R}\cdot\vec{z}\right)\right)_{\Re} = \frac{dv_{x\,M/R}}{dt_{/\Re}}\cdot\vec{x}+\frac{dv_{y\,M/R}}{dt_{/\Re}}\cdot\vec{y}+\frac{dv_{z\,M/R}}{dt_{/\Re}}\cdot\vec{z}$$

$$\boxed{\overrightarrow{a_{M/R}} = a_{x\,M/R}\cdot\vec{x}+a_{y\,M/R}\cdot\vec{y}+a_{z\,M/R}\cdot\vec{z}}$$

Unité : mètre par seconde par seconde $\left(m\cdot s^{-2}\right)$

4 – A RETENIR…

$v(t)=\frac{dx(t)}{dt}$ — *Dérivation* : Position $x(t)$ → Vitesse $v(t)$

$a(t)=\frac{dv(t)}{dt}=\frac{d^2x(t)}{dt^2}$ — *Dérivation* : Vitesse $v(t)$ → Accélération $a(t)$

Intégration : Accélération $a(t)$ → Vitesse $v(t)$ — $v(t)=\int a(t)\cdot dt$

Intégration : Vitesse $v(t)$ → Position $x(t)$ — $x(t)=\int v(t)\cdot dt$